

Calculer l'aire d'un rectangle, d'un parallélogramme et d'un triangle

Résumé

Dans cette minileçon, l'élève détermine l'aire d'un rectangle, d'un parallélogramme et d'un triangle.

Matériel

- ▶ calculatrices
- ▶ ciseaux
- ▶ feuilles de papier
- ▶ papier quadrillé
- ▶ ruban adhésif

Pistes d'observation

L'élève :

- ▶ désigne les bases et la hauteur d'un rectangle, d'un parallélogramme et d'un triangle;
- ▶ estime et calcule l'aire d'un rectangle, d'un parallélogramme et d'un triangle;
- ▶ établit des relations entre l'aire d'un parallélogramme et l'aire d'un rectangle dont les bases et les hauteurs sont de mêmes dimensions;
- ▶ établit des relations entre l'aire d'un parallélogramme et l'aire d'un triangle dont les bases et les hauteurs sont de mêmes dimensions.

Concepts mathématiques

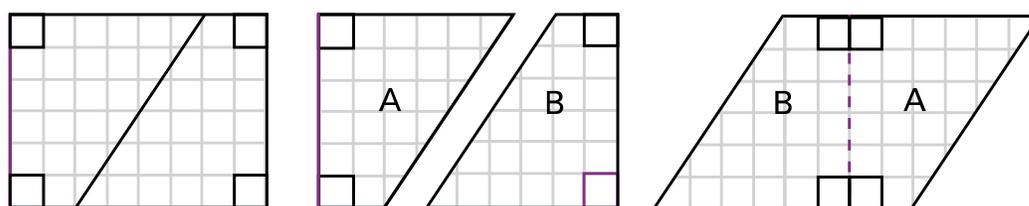
Les concepts mathématiques nommés ci-dessous seront abordés dans cette minileçon. Une explication de ceux-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

DOMAINE D'ÉTUDE	CONCEPTS MATHÉMATIQUES
Mesure	<ul style="list-style-type: none">▶ Aire de figures planes simples▶ Mesure manquante d'une figure plane d'aire donnée
Numération et sens du nombre	<ul style="list-style-type: none">▶ Représentations de nombres naturels▶ Addition et soustraction de nombres naturels▶ Multiplication et division de nombres naturels▶ Représentations de nombres décimaux▶ Addition et soustraction de nombres décimaux▶ Priorité des opérations

Partie 1 – Découverte guidée

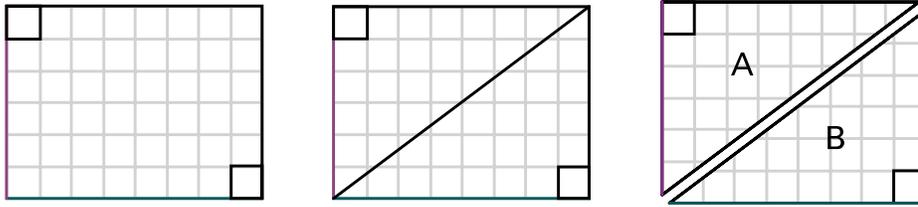
Déroulement

- ▶ Proposer aux élèves l'activité ci-dessous afin qu'elles et ils établissent des relations entre l'aire d'un parallélogramme et l'aire d'un rectangle dont les bases et les hauteurs sont de mêmes dimensions.
 - Demander aux élèves de tracer, sur une feuille de papier quadrillé, la **base** et la **hauteur** de la feuille en utilisant deux couleurs différentes.
 - Inviter les élèves à ajouter à chaque coin de la feuille le symbole de l'angle droit (90°), soit un petit carré.
 - Demander aux élèves de tracer sur la feuille, à l'aide d'une règle, une ligne oblique qui rejoint deux côtés opposés.
 - Dire aux élèves de découper la feuille le long de la ligne oblique.
 - Demander aux élèves de désigner respectivement les deux parties découpées par les lettres A et B.
 - Inviter les élèves à faire glisser la partie B à la gauche de la partie A, ou vice versa, de façon à joindre les deux extrémités de la feuille.
 - Demander aux élèves de coller les deux parties ensemble à l'aide de ruban adhésif.

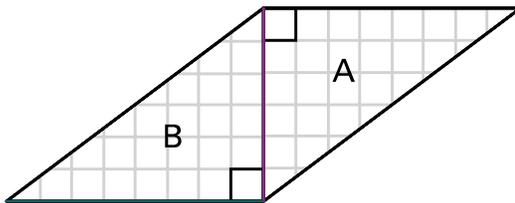


- Animer une discussion avec les élèves afin qu'elles et ils établissent un lien entre :
 - la hauteur du rectangle (la hauteur de la feuille) et la hauteur du parallélogramme;
 - la base du rectangle (la base de la feuille) et la base du parallélogramme;
 - le nombre de petits carrés à l'intérieur du rectangle (à l'intérieur de la feuille) et le nombre de petits carrés à l'intérieur du parallélogramme;
 - la formule pour calculer l'aire du rectangle (l'aire de la feuille) et la formule pour calculer l'aire du parallélogramme.
- ▶ Proposer aux élèves l'activité ci-dessous afin qu'elles et ils établissent des relations entre l'aire d'un rectangle ou celle d'un parallélogramme et l'aire d'un triangle dont les bases et les hauteurs sont de mêmes dimensions.
 - Sur une nouvelle feuille de papier quadrillé, tracer la **base** et la **hauteur** de la feuille en utilisant deux couleurs différentes.
 - Ajouter à deux coins opposés de la feuille le symbole de l'angle droit (90°), soit un petit carré.
 - Tracer une des diagonales du rectangle à l'aide d'une règle.

- Découper le rectangle le long de la ligne diagonale tracée.
- Désigner respectivement les deux parties découpées par les lettres A et B.



- Animer une discussion avec les élèves afin qu'elles et ils établissent un lien entre :
 - la hauteur du rectangle (la hauteur de la feuille) et la hauteur d'un seul triangle;
 - la base du rectangle (la base de la feuille) et la base d'un seul triangle;
 - le nombre de petits carrés à l'intérieur du rectangle (à l'intérieur de la feuille) et le nombre de petits carrés à l'intérieur d'un seul triangle;
 - la formule pour calculer l'aire du rectangle (l'aire de la feuille) et la formule pour calculer l'aire d'un seul triangle.
- Demander aux élèves de faire glisser la partie A à la droite de la partie B, ou vice versa, de façon à joindre les deux extrémités de la feuille, afin de former un parallélogramme.



- Animer une discussion avec les élèves afin qu'elles et ils établissent un lien entre :
 - la hauteur du parallélogramme et la hauteur d'un seul triangle;
 - la base du parallélogramme et la base d'un seul triangle;
 - le nombre de petits carrés à l'intérieur du parallélogramme et le nombre de petits carrés à l'intérieur d'un seul triangle;
 - la formule pour calculer l'aire du parallélogramme et la formule pour calculer l'aire d'un seul triangle.
- ▶ Consulter, au besoin, la fiche **Aire de figures planes simples** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves les calculs relatifs à l'aire d'un rectangle, à l'aire d'un parallélogramme et à l'aire d'un triangle, ainsi que la terminologie liée à ces concepts en vue de les aider à réaliser l'activité.
- ▶ Présenter aux élèves l'**Exemple 1**, soit le calcul de l'aire d'une figure complexe composée d'un rectangle, d'un parallélogramme et d'un triangle.
- ▶ Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève utilise les formules pour calculer l'aire d'un rectangle, l'aire d'un parallélogramme et l'aire d'un triangle afin de déterminer l'aire d'une figure complexe.

- ▶ Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour calculer l'aire d'un rectangle, l'aire d'un parallélogramme et l'aire d'un triangle. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- ▶ À la suite des discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre l'aire d'un rectangle et l'aire d'un parallélogramme, et entre l'aire d'un rectangle ou d'un parallélogramme et l'aire d'un triangle. Puis, aborder avec elles et eux les éléments de la section **Éléments à faire ressortir**.

Note : Au besoin, consulter le corrigé de la partie 1 pour obtenir des exemples de stratégies.

- ▶ Encourager les élèves à améliorer leur travail en y ajoutant les éléments manquants.
- ▶ Au besoin, présenter à certaines et à certains élèves éprouvant des difficultés l'**Exemple 2**, soit le calcul de l'aire d'un rectangle, de l'aire d'un parallélogramme et de l'aire d'un triangle.

Éléments à faire ressortir

- ▶ Lorsqu'il s'agit d'un rectangle, d'un parallélogramme ou d'un triangle :
 - la base est le côté de la figure qui est généralement à l'horizontale;
 - la hauteur et la base ou son prolongement forment toujours un angle droit;
 - la hauteur peut être située à différents endroits à l'intérieur ou à l'extérieur d'un polygone.

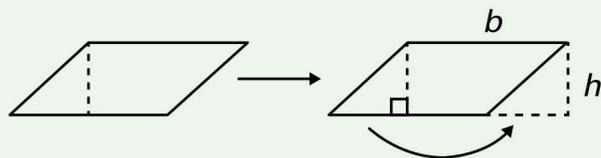
Polygone	Hauteur à l'intérieur d'un polygone	Hauteur à l'extérieur d'un polygone
Rectangle		
Parallélogramme		
Triangle		

- ▶ Pour comprendre les formules et les retenir, il faut comprendre les relations qui existent entre l'aire d'un rectangle, l'aire d'un parallélogramme et l'aire d'un triangle.

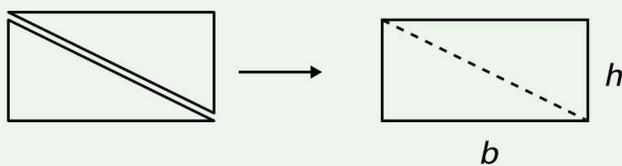
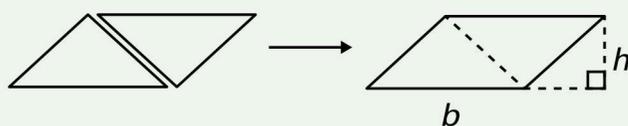


Éléments à faire ressortir (suite)

- ▶ Puisqu'il est possible de construire un parallélogramme en partant d'un rectangle, ou vice versa, la formule pour déterminer l'aire d'un rectangle est la même que celle pour déterminer l'aire d'un parallélogramme. La formule pour calculer l'aire d'un rectangle ou d'un parallélogramme est donc $\text{Aire} = \text{base} \times \text{hauteur}$ ou $A = b \times h$.



- ▶ Un triangle est la moitié d'un parallélogramme ou d'un rectangle, alors la formule pour déterminer l'aire d'un triangle est la même que celle pour déterminer l'aire d'un parallélogramme ou d'un rectangle, divisée par deux. La formule pour calculer l'aire d'un triangle est donc $A = b \times h \div 2$ ou $A = \frac{b \times h}{2}$.



- ▶ Plus les figures sont complexes, plus l'organisation des traces écrites est importante.

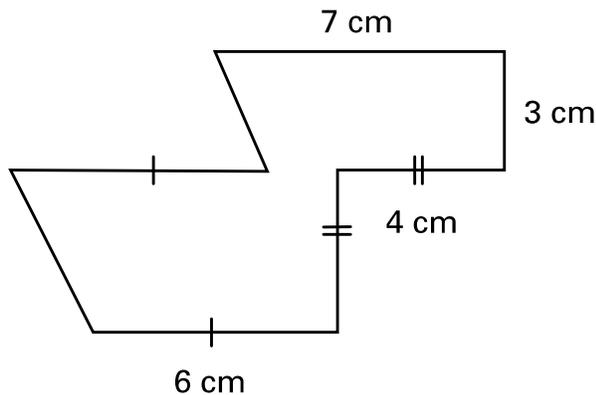
Note : Les quelques conseils ci-dessous peuvent aider les élèves à organiser leur démarche de solution.

1. Si, dans un problème, la figure n'est pas fournie, la dessiner avant de commencer à résoudre le problème pour visualiser la situation.
2. Si des mesures sont manquantes, les ajouter au dessin pour visualiser la situation.
3. Écrire un plan au début de la solution (p. ex., $A_{\text{figure composée}} = A_{\text{carré}} + A_{\text{triangle}}$).
4. Pour chaque calcul où une formule est utilisée, écrire d'abord la formule, puis remplacer chacune des variables par la valeur appropriée.
5. À chaque étape de calcul, changer de ligne.
6. Aligner les signes d'égalité.
7. Répondre clairement à la question posée dans le problème en utilisant les unités de mesure appropriées.

Corrigé

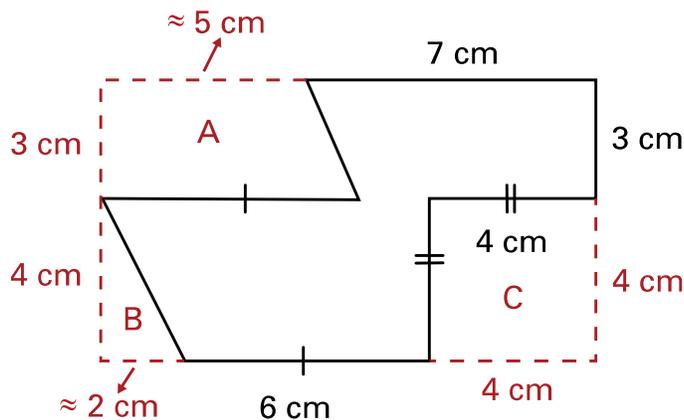
Exemple 1

Détermine l'aire de la figure ci-dessous. Laisse des traces de ta démarche.



Estimation

Il s'agit d'une figure complexe. Pour estimer l'aire de la figure, j'allonge d'abord certains de ses côtés de façon à obtenir un rectangle. Puis, j'ajoute au rectangle les mesures manquantes en estimant certaines d'entre elles. Ensuite, j'estime les aires des espaces vides et l'aire du rectangle. Enfin, je soustrais les aires des espaces vides de l'aire du rectangle.



$$\text{Rectangle} : 12 \times 7 = 84 \text{ cm}^2$$

$$\text{Espace vide A} : 5 \times 3 \approx 15 \text{ cm}^2$$

$$\text{Espace vide B} : 2 \times 4 \div 2 = 4 \text{ cm}^2$$

$$\text{Espace vide C} : 4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$$

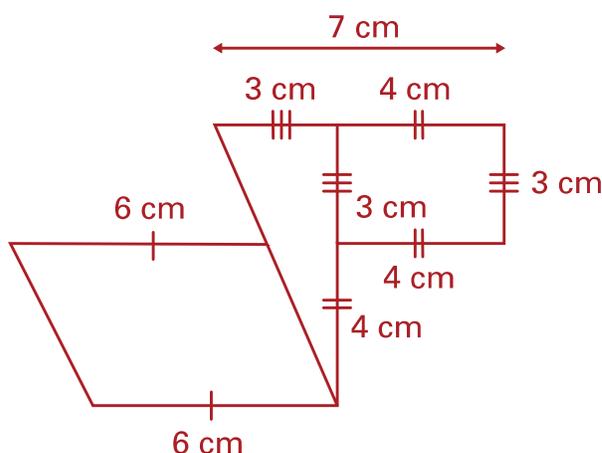
$$A_{\text{rectangle}} - A_A - A_B - A_C \approx 84 - 15 - 4 - 16 \\ \approx 49 \text{ cm}^2$$

L'aire de la figure est d'environ 50 cm^2 .

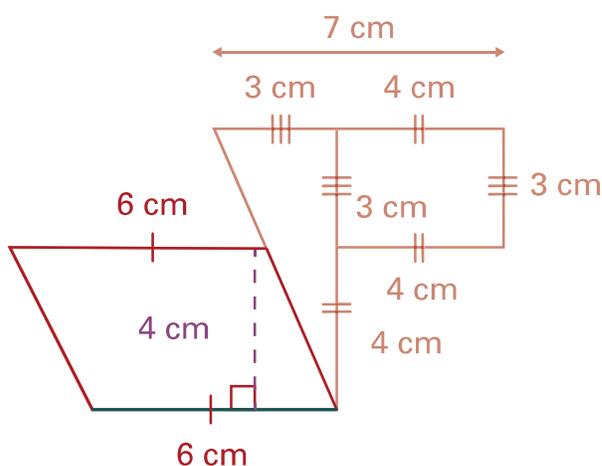
Décomposition de la figure complexe

Pour calculer l'aire de la figure complexe, je la décompose d'abord en trois figures simples, soit en un parallélogramme, en un triangle et en un rectangle. Ensuite, j'identifie les côtés correspondants des figures pour déterminer certaines mesures manquantes. Puis, je calcule l'aire de chacune des trois figures simples. Enfin, j'additionne les aires des trois figures simples pour obtenir l'aire de la figure complexe.

Décomposition de la figure complexe en figures simples et mesures des côtés correspondants



Aire du parallélogramme



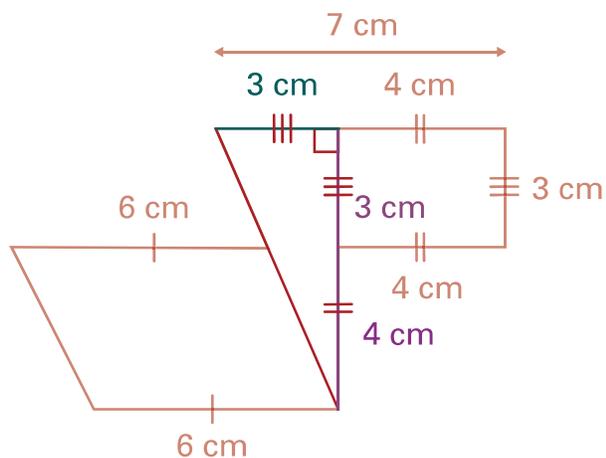
$$A_{\text{parallélogramme}} = b \times h$$

$$A_{\text{parallélogramme}} = 6 \times 4$$

$$A_{\text{parallélogramme}} = 24 \text{ cm}^2$$

L'aire du parallélogramme est de 24 cm².

Aire du triangle



$$A_{\text{triangle}} = \frac{b \times h}{2}$$

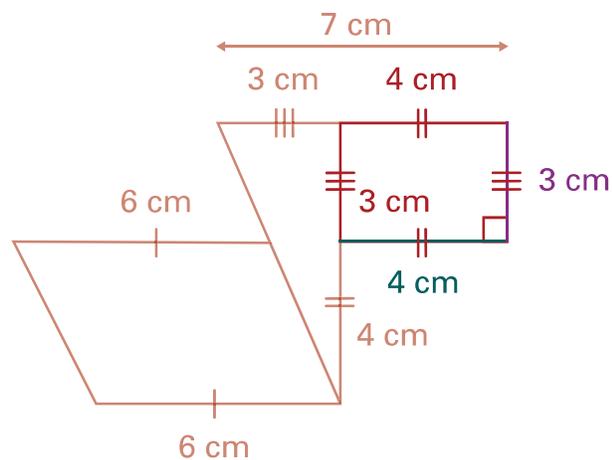
$$A_{\text{triangle}} = \frac{3 \times 7}{2}$$

$$A_{\text{triangle}} = \frac{21}{2}$$

$$A_{\text{triangle}} = 10,5 \text{ cm}^2$$

L'aire du triangle est de $10,5 \text{ cm}^2$.

Aire du rectangle



$$A_{\text{rectangle}} = b \times h$$

$$A_{\text{rectangle}} = 4 \times 3$$

$$A_{\text{rectangle}} = 12 \text{ cm}^2$$

L'aire du rectangle est de 12 cm^2 .

Aire totale de la figure complexe

$$A_{\text{totale}} = A_{\text{parallélogramme}} + A_{\text{triangle}} + A_{\text{rectangle}}$$

$$A_{\text{totale}} = 24 + 10,5 + 12$$

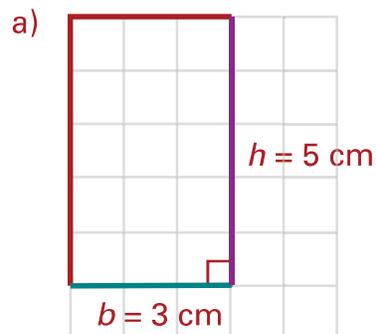
$$A_{\text{totale}} = 46,5 \text{ cm}^2$$

L'aire de la figure est de 46,5 cm².

Exemple 2

Trace les figures ci-dessous sur du papier quadrillé. Puis, sur chacune des figures, trace la base en vert et la hauteur en mauve. Détermine l'aire de chaque figure à l'aide de la formule appropriée.

- rectangle, $b = 3 \text{ cm}$ et $h = 5 \text{ cm}$
- parallélogramme, $b = 2 \text{ cm}$ et $h = 6 \text{ cm}$
- triangle isocèle, $b = 6 \text{ cm}$ et $h = 2 \text{ cm}$

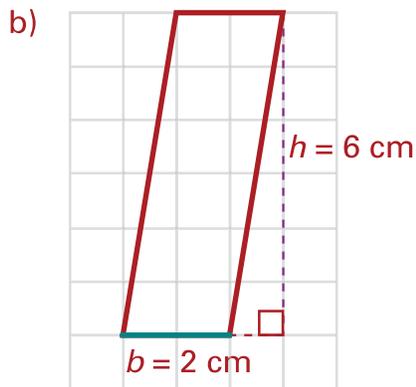


$$A_{\text{rectangle}} = b \times h$$

$$A_{\text{rectangle}} = 3 \times 5$$

$$A_{\text{rectangle}} = 15 \text{ cm}^2$$

L'aire du rectangle est de 15 cm².

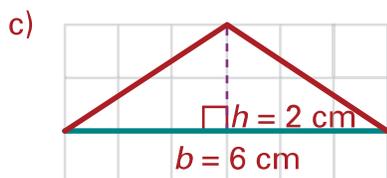


$$A_{\text{parallélogramme}} = b \times h$$

$$A_{\text{parallélogramme}} = 2 \times 6$$

$$A_{\text{parallélogramme}} = 12 \text{ cm}^2$$

L'aire du parallélogramme est de 12 cm^2 .



$$A_{\text{triangle}} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{\text{triangle}} = \frac{6 \times 2}{2}$$

$$A_{\text{triangle}} = \frac{12}{2}$$

$$A_{\text{triangle}} = 6 \text{ cm}^2$$

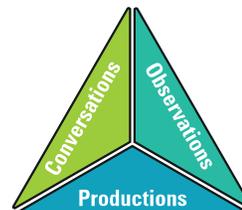
L'aire du triangle est de 6 cm^2 .

Partie 2 – Pratique autonome

Déroulement

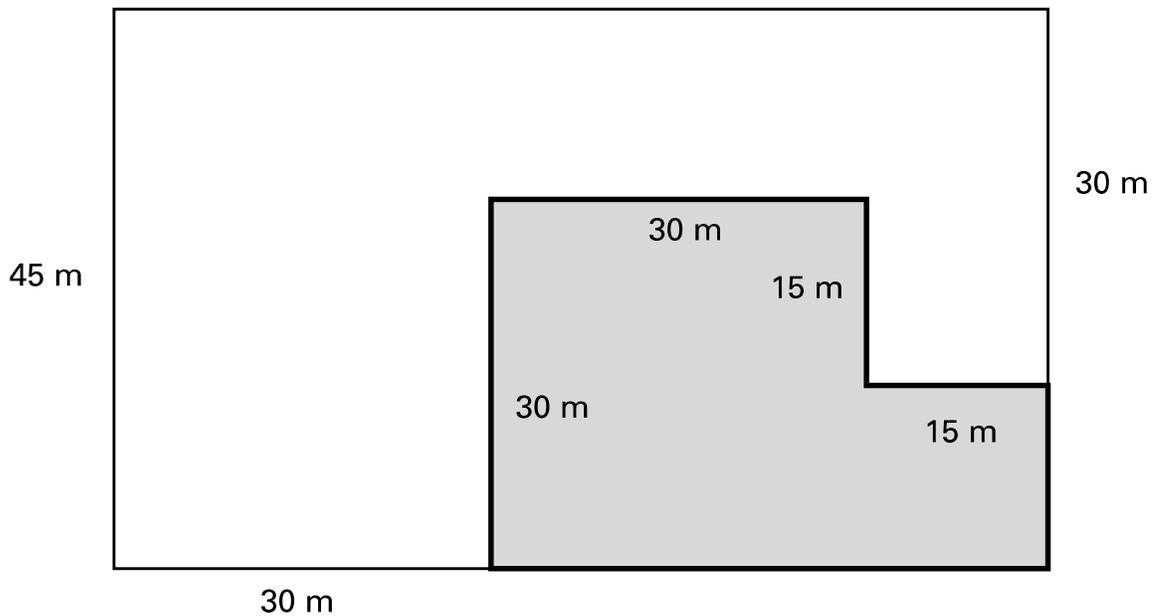
- ▶ Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section **À ton tour!**. Ces exercices peuvent servir de billet de sortie ou autre.
- ▶ Recueillir les preuves d'apprentissage des élèves, les analyser et les interpréter pour déterminer leurs points forts et cibler les prochaines étapes en vue de les aider à s'améliorer.

Note : Consulter le corrigé de la partie 2, s'il y a lieu.



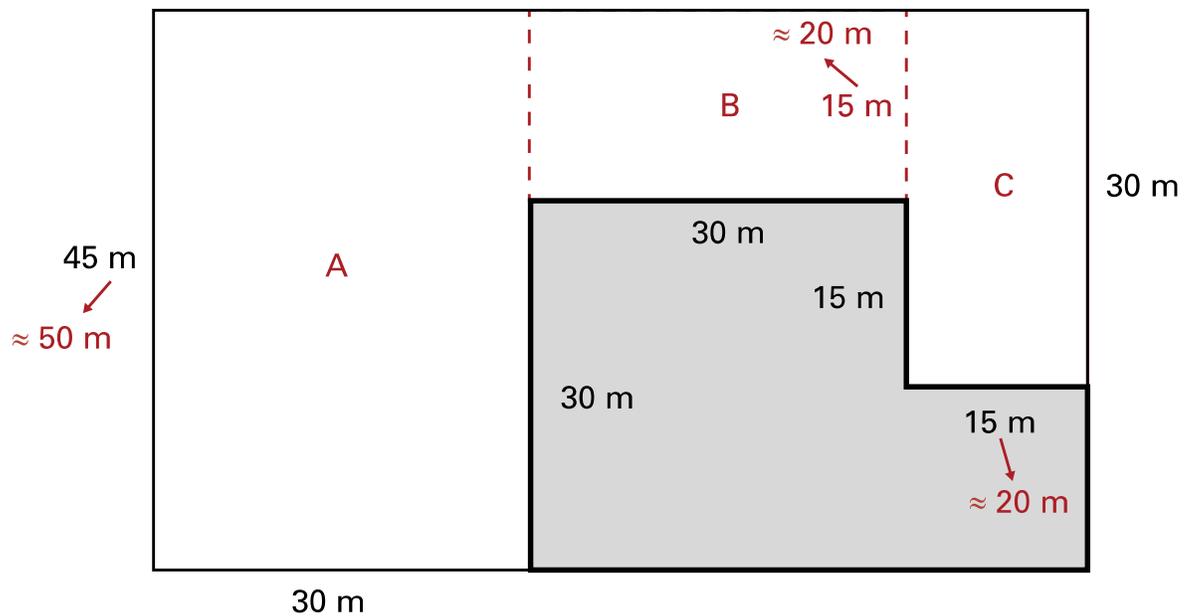
Corrigé

1. Voici le plan d'un terrain sur lequel il faut poser de la pelouse. La figure ombrée représente l'édifice situé sur le terrain. Détermine l'aire du terrain qui doit être couvert de pelouse, c'est-à-dire l'aire de la partie blanche de l'illustration. Laisse des traces de ta démarche.



Estimation

Le terrain qui doit être couvert de pelouse a une forme irrégulière. Il s'agit de la partie blanche de l'illustration. Afin d'estimer l'aire de la partie blanche, je la divise en figures simples, soit en trois rectangles. J'arrondis, à la dizaine près, certaines mesures de côtés afin d'estimer l'aire de chaque rectangle. Puis, j'additionne les aires des trois rectangles.



Rectangle A : $30 \times 50 \approx 1\,500 \text{ m}^2$

Rectangle B : $30 \times 20 \approx 600 \text{ m}^2$

Rectangle C : $30 \times 20 \approx 600 \text{ m}^2$

$$A_{\text{rectangle A}} + A_{\text{rectangle B}} + A_{\text{rectangle C}} \approx 1\,500 + 600 + 600 \\ \approx 2\,700 \text{ m}^2$$

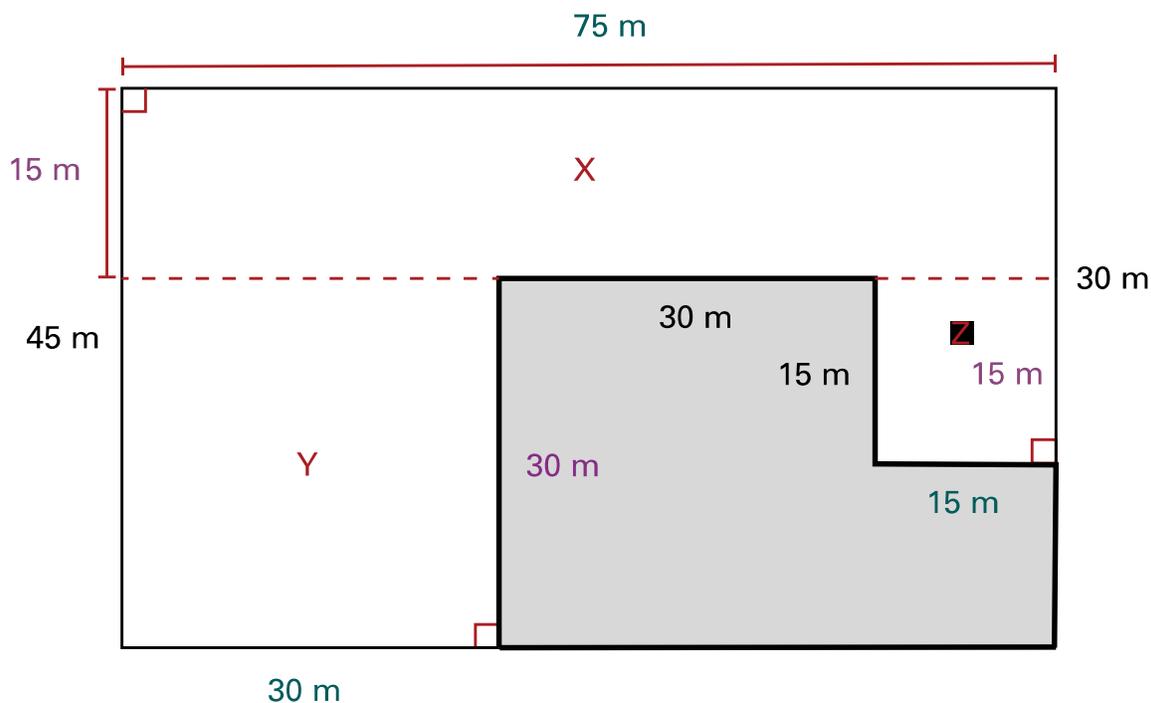
L'aire du terrain qui doit être couvert de pelouse est d'environ $2\,700 \text{ m}^2$.

Aire du terrain

Je décompose la partie blanche en figures simples. Je calcule l'aire de la partie blanche en additionnant les aires des figures simples.

Je détermine la mesure de chaque côté des rectangles à l'aide des mesures données.

Voici un exemple de réponse possible :



Aire du rectangle X

$$A_{\text{rectangle X}} = b \times h$$

$$A_{\text{rectangle X}} = 75 \times 15$$

$$A_{\text{rectangle X}} = 1\,125 \text{ m}^2$$

L'aire du rectangle X est de $1\,125 \text{ m}^2$.

Aire du carré Y

$$A_{\text{carré Y}} = b \times h$$

$$A_{\text{carré Y}} = 30 \times 30$$

$$A_{\text{carré Y}} = 900 \text{ m}^2$$

L'aire du carré Y est de 900 m^2 .

Aire du carré Z

$$A_{\text{carré Z}} = b \times h$$

$$A_{\text{carré Z}} = 15 \times 15$$

$$A_{\text{carré Z}} = 225 \text{ m}^2$$

L'aire du carré Z est de 225 m².

Aire totale de la partie blanche

$$A_{\text{totale}} = A_{\text{carré X}} + A_{\text{carré Y}} + A_{\text{carré Z}}$$

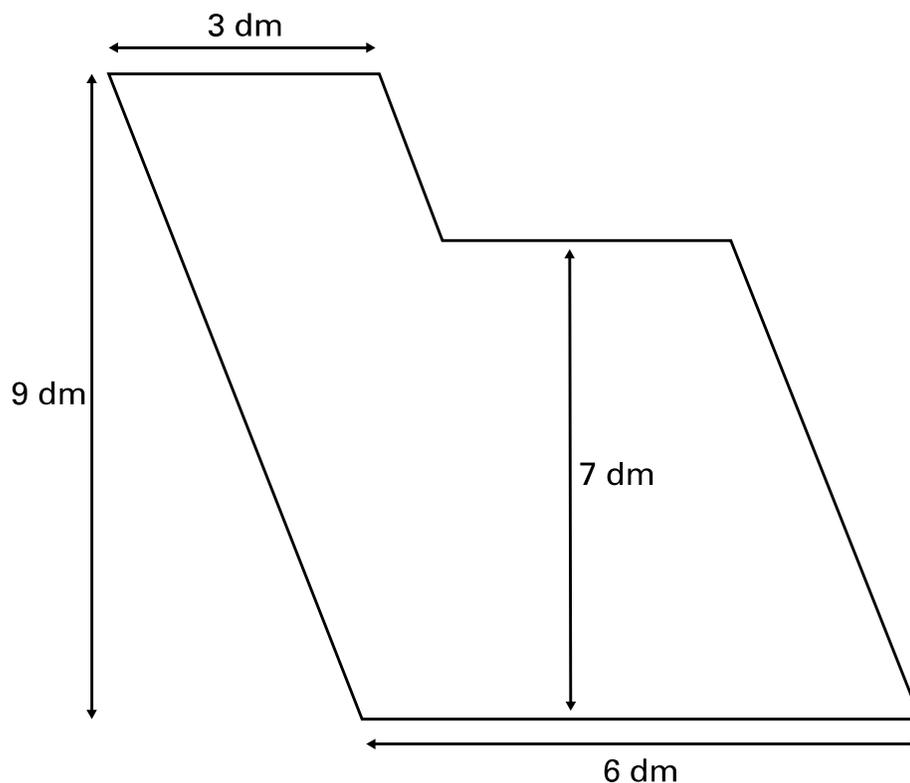
$$A_{\text{totale}} = 1125 + 900 + 225$$

$$A_{\text{totale}} = 2\,250 \text{ m}^2$$

L'aire totale de la partie blanche est de 2 250 m².

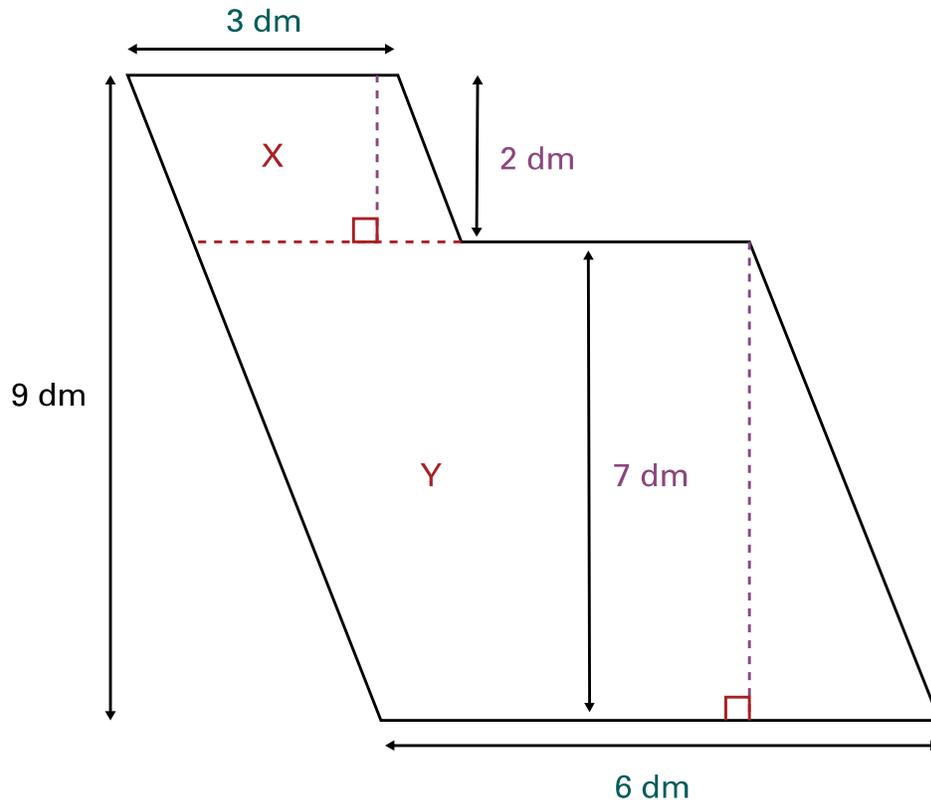
L'aire du terrain qui doit être couvert de pelouse est de 2 250 m².

2. Détermine l'aire de la figure suivante.



Je décompose la figure complexe en figures simples, soit en deux parallélogrammes. Je calcule l'aire de chaque parallélogramme. Puis, j'additionne les aires obtenues pour déterminer l'aire de la figure complexe.

Je détermine la mesure de la hauteur du parallélogramme X à l'aide des mesures données, soit $9 - 7 = 2$ dm.



Aire du parallélogramme X

$$A_{\text{parallélogramme X}} = b \times h$$

$$A_{\text{parallélogramme X}} = 3 \times 2$$

$$A_{\text{parallélogramme X}} = 6 \text{ dm}^2$$

L'aire du parallélogramme X est de 6 dm^2 .

Aire du parallélogramme Y

$$A_{\text{parallélogramme Y}} = b \times h$$

$$A_{\text{parallélogramme Y}} = 6 \times 7$$

$$A_{\text{parallélogramme Y}} = 42 \text{ dm}^2$$

L'aire du parallélogramme Y est de 42 dm^2 .

Aire totale de la figure complexe

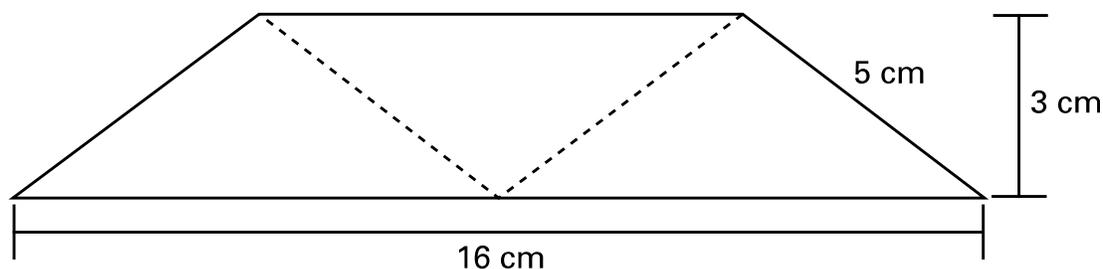
$$A_{\text{totale}} = A_{\text{parallélogramme X}} + A_{\text{parallélogramme Y}}$$

$$A_{\text{totale}} = 6 + 42$$

$$A_{\text{totale}} = 48 \text{ dm}^2$$

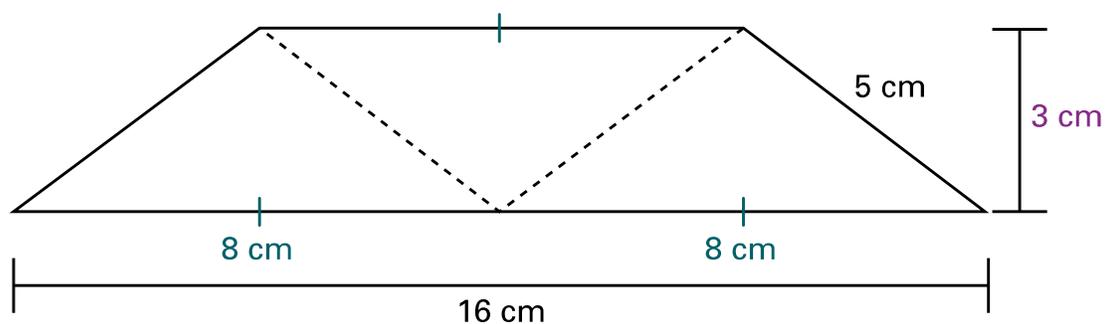
L'aire de la figure est de 48 dm^2 .

3. Détermine l'aire de la figure suivante.



La figure complexe est composée de trois triangles congrus. Pour calculer l'aire de la figure, je détermine l'aire d'un triangle, puis je multiplie le résultat par 3.

J'identifie les côtés correspondants des figures pour déterminer certaines mesures manquantes.



Aire d'un triangle

$$A_{\text{triangle}} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{\text{triangle}} = \frac{8 \times 3}{2}$$

$$A_{\text{triangle}} = \frac{24}{2}$$

$$A_{\text{triangle}} = 12 \text{ cm}^2$$

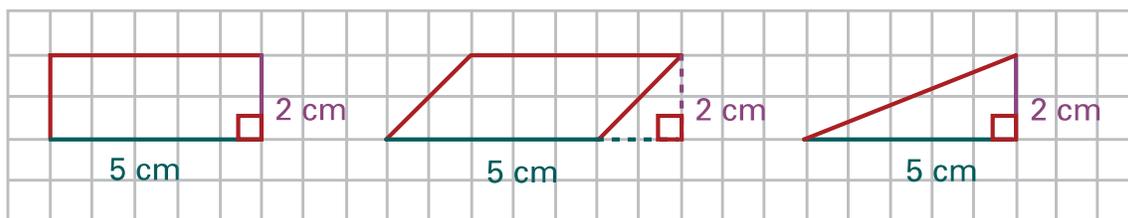
L'aire d'un triangle est de 12 cm^2 .

La figure complexe est composée de trois triangles congrus, alors $3 \times 12 = 36 \text{ cm}^2$.

L'aire de la figure est de 36 cm^2 .

4. Sur du papier quadrillé, trace un rectangle, un parallélogramme et un triangle de $5\text{ cm} \times 2\text{ cm}$. Détermine l'aire de chaque figure. Que remarques-tu?

Voici un exemple de réponse possible :



Aire du rectangle

$$A_{\text{rectangle}} = b \times h$$

$$A_{\text{rectangle}} = 5 \times 2$$

$$A_{\text{rectangle}} = 10\text{ cm}^2$$

L'aire du rectangle est de 10 cm^2 .

Aire du parallélogramme

$$A_{\text{parallélogramme}} = b \times h$$

$$A_{\text{parallélogramme}} = 5 \times 2$$

$$A_{\text{parallélogramme}} = 10\text{ cm}^2$$

L'aire du parallélogramme est de 10 cm^2 .

Aire du triangle

$$A_{\text{triangle}} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{\text{triangle}} = \frac{5 \times 2}{2}$$

$$A_{\text{triangle}} = \frac{10}{2}$$

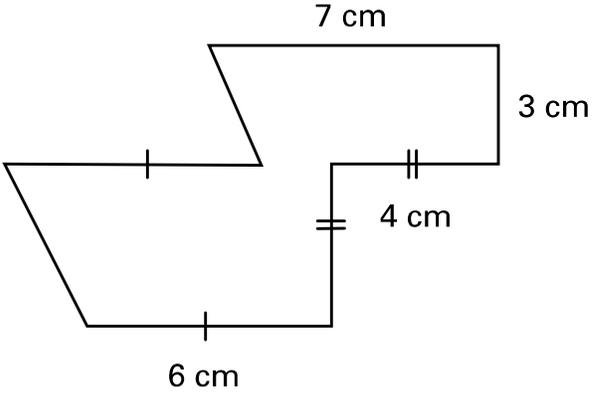
$$A_{\text{triangle}} = 5\text{ cm}^2$$

L'aire du triangle est de 5 cm^2 .

Je remarque que l'aire du rectangle est de 10 cm^2 et que l'aire du parallélogramme est également de 10 cm^2 . Les deux aires sont identiques, car les deux figures ont la même base et la même hauteur. Aussi, je remarque que, puisque les trois figures ont la même base et la même hauteur, l'aire du triangle est la moitié de l'aire du rectangle ou de l'aire du parallélogramme, car le rectangle et le parallélogramme sont composés de deux triangles congruents.

Calculer l'aire d'un rectangle, d'un parallélogramme et d'un triangle

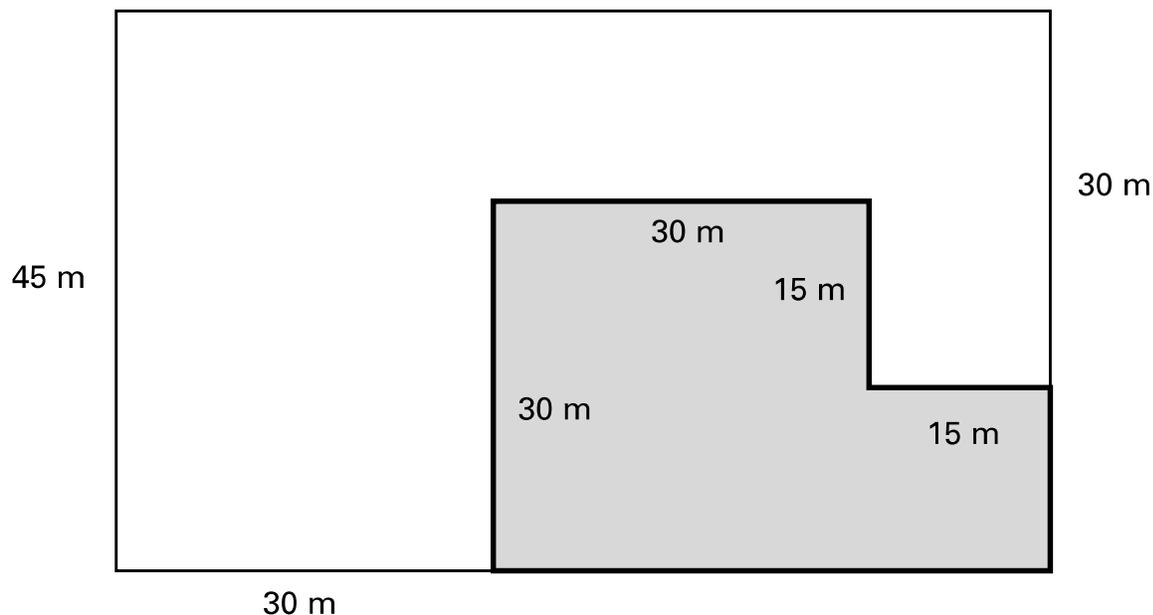
Partie 1 – Découverte guidée

EXEMPLE	STRATÉGIE(S)
<p>Exemple 1</p> <p>Détermine l'aire de la figure ci-dessous. Laisse des traces de ta démarche.</p>  <p>The diagram shows a composite figure. On the left is a trapezoid with a bottom base of 6 cm and a top base of 7 cm. To the right of the trapezoid is a rectangle that shares its left vertical side with the trapezoid. The height of this rectangle is 3 cm. The top horizontal side of the rectangle is 7 cm long. The total height of the figure is 4 cm. There are tick marks on the top and bottom horizontal lines of the trapezoid and on the vertical line of the rectangle.</p>	
<p>Exemple 2</p> <p>Trace les figures ci-dessous sur du papier quadrillé. Puis, sur chacune des figures, trace la base en vert et la hauteur en mauve. Détermine l'aire de chaque figure à l'aide de la formule appropriée.</p> <ul style="list-style-type: none">a) rectangle, $b = 3$ cm et $h = 5$ cmb) parallélogramme, $b = 2$ cm et $h = 6$ cmc) triangle isocèle, $b = 6$ cm et $h = 2$ cm	

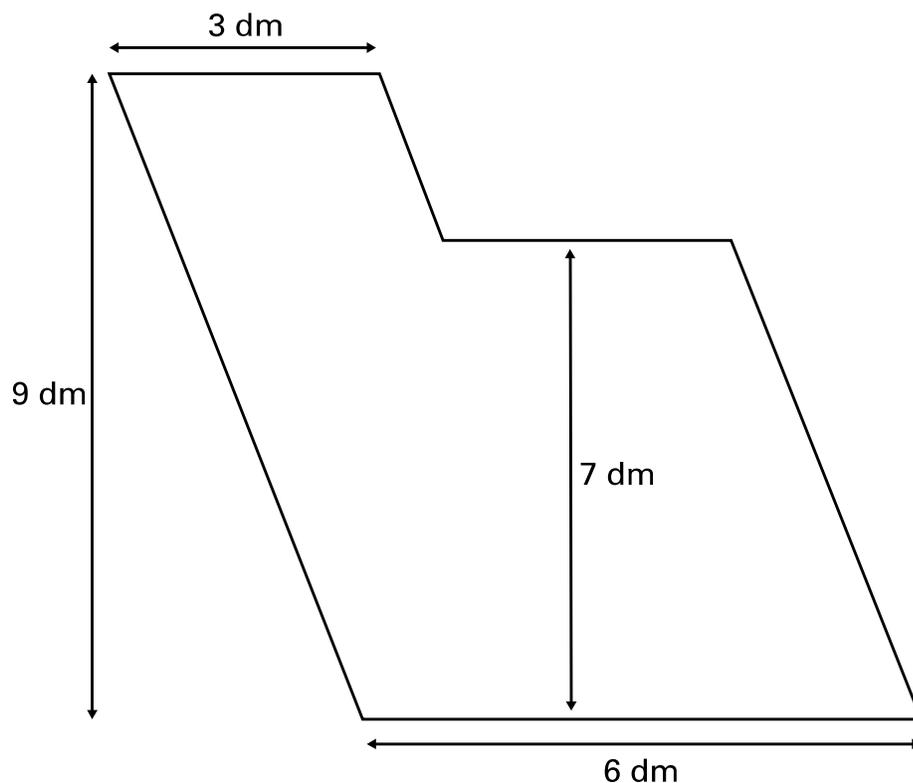
Partie 2 – Pratique autonome

À TON TOUR!

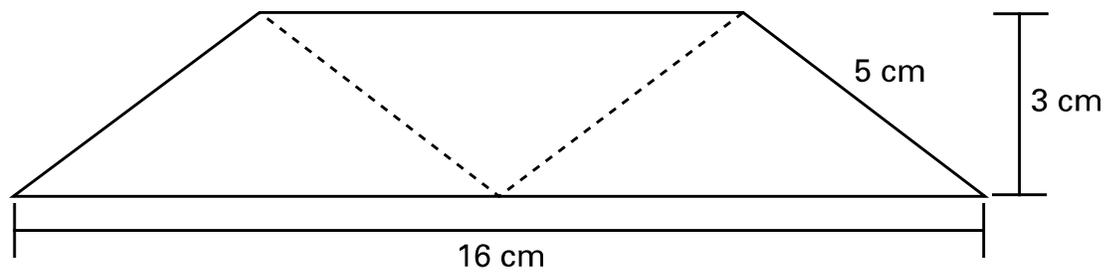
1. Voici le plan d'un terrain sur lequel il faut poser de la pelouse. La figure ombrée représente l'édifice situé sur le terrain. Détermine l'aire du terrain qui doit être couvert de pelouse, c'est-à-dire l'aire de la partie blanche de l'illustration. Laisse des traces de ta démarche.



2. Détermine l'aire de la figure suivante.



3. Détermine l'aire de la figure suivante.



4. Sur du papier quadrillé, trace un rectangle, un parallélogramme et un triangle de $5\text{ cm} \times 2\text{ cm}$. Détermine l'aire de chaque figure. Que remarques-tu?